

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

I) a و b عدنان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ،
النقط A, B, C و E التي لاحقاتها: $z_A = ae^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_B = -a\sqrt{2}$ ، $z_C = \overline{z_A}$ و $z_E = be^{i\frac{3\pi}{2}}$ على الترتيب.

1. أ- اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

ب- حدّد طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثم استنتج مساحته.

2. التشابه المباشر S ذو المركز O والنسبة $\frac{b}{a}$ والزاوية $\frac{3\pi}{4}$ ، يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$

أ- اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ، ثم تحقق أنّ $S(A) = E$.

ب- بين أنّ مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2 (مقدرة بوحدة المساحة)، حيث $S(B) = F$ و $S(C) = G$.

3. أ- احسب بدلالة a و b العبارة: $\left| z_C \right|^2 + \left| z_E \right|^2 - 2 \left| z_C \times z_E \right| \cos \left[\arg \left(\frac{z_E}{z_C} \right) \right]$.

ب- استنتج قيمة CE^2 بدلالة a و b .

II) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن O ، لاحقتها z_n .

نضع: $M_0 = A$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين، من أجل كل عدد طبيعي n ، بـ: $u_n = |z_n|$ و $v_n = \arg(z_n)$.

1. اكتب العدد المركب $\frac{z_{n+1}}{z_n}$ على الشكل الأسّي بدلالة a و b .

2. نفرض أنّ: $a < b$ و $\arg \left(\frac{z_{n+1}}{z_n} \right) \in]-\pi; \pi]$.

بين أنّ المتتالية (u_n) هندسية، والمتتالية (v_n) حسابية يُطلب تعيين أساس وحساب الحد الأول لكل منهما.

3. احسب، بدلالة a ، b و n المجموع T_n ، حيث: $T_n = a + b + \frac{b^2}{a} + \frac{b^3}{a^2} + \dots + \frac{b^n}{a^{n-1}}$ ، ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.

4. عيّن قيم الأعداد الطبيعية n التي تكون من أجلها النقط O ، A و M_n في استقامية.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. n عدد طبيعي . نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث : $\alpha = 2n^3 - 14n + 2$ و $\beta = n + 3$.

أ - بين أن: $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; 10)$. (يرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر)

ب - ما هي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha; \beta)$ ؟

ج - عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون: $PGCD(\alpha; \beta) = 5$.

2. أ - ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

ب - عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية:
$$\begin{cases} 4^{5n} + 4^n + n \equiv 0 [11] \\ n \equiv 2 [10] \end{cases}$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0; 0; 1)$ ، $B(2; 2; -1)$ ، $C(-2; -7; -7)$ و $D(-3; 4; 4)$

والمستوي (\mathcal{P}) المعرف بالتمثيل الوسيطى:
$$\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases}$$
 ؛ α و β وسيطان حقيقيان.

1. أ - بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب - تحقق أن الشعاع $\vec{n}(3; -2; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{P}) ، ثم بين أن المستويين (ABC) و (\mathcal{P}) متعامدان.

ب - بين أن تقاطع (ABC) و (\mathcal{P}) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطى:
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t; t \in \mathbb{R} \\ z = -7 + 5t \end{cases}$$

ج - احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) ، والمسافة بين النقطة D والمستوي (\mathcal{P}) ، ثم استنتج

المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

3. (ع) المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (ABC) و (\mathcal{P}) .

أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ع) .

ب - بين أن المستويات الثلاثة (ABC) ، (\mathcal{P}) و (ع) تتقاطع في نقطة واحدة H ، ثم عين إحداثيات H .

ج - احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I - 1. الدالة u معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $u(x) = e^x - 3x + 4 - e$.

أ - ادرس اتجاه تغير الدالة u .

ب - بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$.

2. الدالة v معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $v(x) = -3x^3 + 4x^2 - 1 + \ln x$.

أ - بين أن: $v'(1) = 0$. (يرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)

ب - أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$.

ج - استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$.

3. أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$.

II - الدالة f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$.

(\mathcal{C}_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

2. بين أن الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3. احسب $f(1)$ ، ثم ممّل المنحنى (\mathcal{C}_f) على المجال $\left]0; \frac{5}{2}\right]$.

(نأخذ: $f(2) \approx 2,3$ ، $f(1,64) \approx 1$ ، و $f\left(\frac{5}{2}\right) \approx 5,75$).

4. احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما

$x = 2$ و $x = \frac{1}{2}$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03 نقاط)

1. أ - عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $2n + 27 \equiv 0[n+1]$.
 ب - عيّن الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية، حيث: $(b-a)(a+b) = 24$.
 ج - استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.
 2. α و β عدنان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha = \overline{10141}$ و $\beta = \overline{3403}$
 أ - اكتب العددين α و β في النظام العشري.
 ب - عيّن الثنائية $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية حيث:
$$\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$$

 3. أ - عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434، ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478.
 ب - حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية: $2013x - 1434y = 27$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول z ، التالية: $z^2 + z + 1 = 0$.
 2. نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ؛ النقطة A ، B و M ذات اللاحقات:

$$z_A = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}, \quad z_B = \bar{z}_A, \quad z \text{ و } z \text{ على الترتيب. (يرمز } \bar{z}_A \text{ إلى مرافق } z_A)$$

 أ - اكتب z_A على الشكل الأسّي.
 ب - عيّن مجموعة النقاط M من المستوي، حيث: $\arg[(z - z_A)^2] = \arg(z_A) - \arg(z_B)$.
 3. أ - التحويل النقطي r ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ ، حيث: $z' = z_A \cdot z + z_B \sqrt{3}$.
 - ما طبيعة التحويل r ؟ عيّن عناصره المميزة.
 ب - التحاكي h ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ ، حيث: $z' = -2z + 3i$.
 - عيّن نسبة ومركز التحاكي h .
 ج - نضع: $S = h \circ r$. (يرمز \circ إلى تركيب التحويلين r و h).
 - عيّن طبيعة التحويل S ، مبرزاً عناصره المميزة، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي: $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}(z-i) + i$.
 4. نعتبر النقطة Ω ذات اللاحقة i والنقط C ، D و E ؛ حيث: $S(O) = C$ ، $S(C) = D$ و $S(D) = E$.
 - بين أن النقطة O ، Ω و E في استقامة.
 5. أ - عيّن (Γ) مجموعة النقاط $M(z)$ من المستوي، حيث: $z = 2e^{i\theta} + e^{i\frac{\pi}{2}}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$.
 ب - عيّن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ؛ النقطتين $A(-1;0;2)$ و $B(1;1;1)$

$$\text{والمستقيم } (\Delta) \text{ المعرّف بالتمثيل الوسيطى التالي: } \begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2 \\ z=-1-\alpha \end{cases} \text{ حيث } (\alpha \in \mathbb{R}).$$

1. أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) .
- ب - بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.
2. (\mathcal{P}) المستوي الذي يشمل (AB) ويوازي (Δ) .
- أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستوي (\mathcal{P}) .
- ب - أثبت أنّ $x - y + z - 1 = 0$ ، هي معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{P}) .
3. لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(1 + 2\beta; 1 + \beta; 1 - \beta)$ مع $(\beta \in \mathbb{R})$.
- أ - بيّن أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .
- ب - جد إحداثيات النقطتين M و N حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوي (\mathcal{P}) .
- ج - تحقق أن المسافة بين N و (\mathcal{P}) هي $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ، ثم احسب مساحة المثلث ABN .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I - الدالة g معرّفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$.

$$1. \text{ أ - احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x).$$

ب - ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها. (نأخذ: $g(1 - \sqrt{2}) \approx -0,25$ و $g(1 + \sqrt{2}) \approx 1,43$)

$$2. \text{ أ - بيّن أنّ المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حلين في } \mathbb{R}, \text{ ثم تحقق أنّ أحدهما معدوم والآخر } \alpha, \text{ حيث:}$$

$$-0,8 < \alpha < -0,7.$$

ب - استنتج إشارة $g(x)$ ؛ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II - الدالة f معرّفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$.

(\mathcal{C}_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2 cm)

$$1. \text{ أ - احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

ب - بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}_f) عند $+\infty$.

ج - ادرس وضعية المنحنى (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

$$2. \text{ أ - بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي } x, \text{ } f'(x) = g(x), \text{ (يرمز } f' \text{ إلى الدالة المشتقة للدالة } f)$$

ب - شكّل جدول تغيّرات الدالة f على \mathbb{R} . (نأخذ: $f(\alpha) \approx -0,9$)

$$3. \text{ أ - بيّن أنّ المنحنى } (\mathcal{C}_f) \text{ يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي } 1, \text{ يطلب تعيين معادلة لكل منهما.}$$

ب - مثل (Δ) والمماسين والمنحنى (\mathcal{C}_f) .

- ج - ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2 + me^x = 0$.
4. الدالة H معرفة على \mathbb{R} بـ: $H(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$.
- أ - بين أن H دالة أصلية للدالة: $(x+1)^2 e^{-x}$ على \mathbb{R} .

ب - احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين

معادلتهما $x=0$ و $x=-1$.

- III - (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.
- (تذكر أن العدد α يحقق $g(\alpha) = 0$)

1. برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 \leq u_n \leq \alpha$.

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

3. استنتج أن (u_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

الإجابة النموذجية

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
المجموع	مجزأة		
06		التمرين الأول: (06 نقاط)	
	0,25 + 0,5	1. أ. $\frac{z_A - z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في A .	
	0,25 × 2	ب. الرباعي $OABC$ مربع ، مساحته $s(OABC) = a^2$ ua	
	0,25 × 2	2. أ. $z' = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}} \times z$ ، $\frac{z_E}{z_A} = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}}$	
	0,25	ب. تبين أن مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2 مقدرة بوحدة المساحات. $S_{(OEFG)} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \times a^2$	
	0,5	3. أ. $ z_C ^2 + z_E ^2 - 2 z_C \times z_E \cos \left[\arg \left(\frac{z_E}{z_C} \right) \right] = a^2 + b^2 - ab\sqrt{2}$	
	0,25 × 2	ب. المثلث OCE حسب الكاشي: $CE^2 = OC^2 + OE^2 - 2OC \times OE \times \cos(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OE}) =$ $ z_C ^2 + z_E ^2 - 2 z_C z_E \cos \left[\arg \left(\frac{z_E}{z_C} \right) \right] = a^2 + b^2 - ab\sqrt{2}$	
	0,25	II. 1. $M_{n+1} = s(M_n)$ معناه $\frac{z_{n+1}}{z_n} = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}}$	
0,75 × 2	2. (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{b}{a}$ وحدها الأول u_0 معرف بـ: $u_0 = z_0 = z_A = a$ (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{3\pi}{4}$ وحدها الأول v_0 معرف بـ: $v_0 = \arg(z_A) = \frac{3\pi}{4}$		
0,5	3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = +\infty$ و $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \frac{a^2}{b-a} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^{n+1} - 1 \right]$		
0,75	4. $n = 4\ell$ مع $\ell \in \mathbb{N}$		
03		التمرين الثاني: (03 نقاط)	
	0,75	1. أ. تبين أن: $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; 10)$.	
	0,5 × 2	ب. $PGCD(\alpha; \beta) \in \{1; 2; 5; 10\}$ - جـ $n = 10p + 2$ مع $p \in \mathbb{N}$.	
	0,75	2. أ. دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11.	
	0,5	ب. $n = 110p + 82$ مع $p \in \mathbb{N}$.	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الأول)
المجموع	مجزأة		
التمرين الثالث: (05 نقاط)			
05	0,75	1. أ - تبيان أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC) .	
	$0,5 \times 2$	ب - الشعاع $\vec{n}(3; -2; 1)$ ناظمي لـ (ABC) ؛ $3x - 2y + z - 1 = 0$ معادلة له.	
	$0,5 + 0,25$	2. أ - $x + y - z + 2 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (\mathcal{P}) ؛ (ABC) و (\mathcal{P}) متعامدان.	
	0,5	ب - (ABC) و (\mathcal{P}) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) معرّف بـ $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t \\ z = -7 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.	
	$0,25 \times 3$	ج - $d(D, (\Delta)) = \sqrt{\frac{43}{3}}$ ؛ $d(D, (\mathcal{P})) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ؛ $d(D, (ABC)) = \sqrt{14}$.	
	0,5 0,25 +0,25	3. أ - $x + 4y + 5z - 33 = 0$ هي معادلة لـ (\mathcal{Q}) ؛ ب - $(\mathcal{P}) \cap (ABC) \cap (\mathcal{Q}) = \{H\}$ هندسيا. $H\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{14}{3}\right)$	
	0,25	ج - $d(D, (\Delta)) = DH = \sqrt{\frac{43}{3}}$.	
التمرين الرابع: (06 نقاط)			
06	0,5	I - 1. أ - دراسة تغيرات الدالة u	
	0,5	ب - تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$.	
	$0,75 + 0,5$	2. أ - $v'(1) = 0$ ب - إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$.	
	0,5	ج - استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$.	
	0,5	3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$.	
	0,5	II - 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$	
	$0,5 \times 2$	2. الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ؛ جدول تغيرات الدالة f	
	0,5	3. $f(1) = 0$ ؛ إنشاء المنحني (\mathcal{C}_f) على المجال $\left]0; \frac{5}{2}\right]$.	
	$0,25 + 0,25 + 0,25$	4. المساحة : $A = -\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx, ua \approx 1,024 ua$ $(\int f(x) dx = e^x - \frac{e}{2}x^2 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c)$	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
المجموع	مجزأة		
التمرين الأول: (03 نقاط)			
03	0,25	1. أ - الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2n + 27 \equiv 0 [n + 1]$ هي: $0; 4; 24$	
	0,5	ب - $(a; b) \in \{(1; 5); (5; 7)\}$.	
	0,25	ج - طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$: يمكن استعمال $5^2 = \sqrt{24}^2 + 1^2$ (فيثاغورث)	
	$0,25 \times 2$	2. أ - $\alpha = 10141 = 671$ و $\beta = 3403 = 478$	
	0,5	ب - معناه $(a; b) = (5; 7)$ $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ 671a - 478b = 9 \end{cases}$	
	$0,25 \times 2$	3. أ - $PGCD(671; 478) = 1$ ؛ $PGCD(2013; 1434) = 3$	
	0,5	ب - $2013x - 1434y = 27$ معناه $(x, y) = (478k + 5; 671k + 7)$ مع $k \in \mathbb{Z}$	
التمرين الثاني: (05 نقاط)			
05	0,5	1. $z^2 + z + 1 = 0$ معناه $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ أو $z = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$	
	$0,5 + 0,25$	2. أ - $z_A = -\frac{1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ب - مجموعة النقط هي المستقيم (OA) باستثناء النقطة A	
	0,5	3. أ - r هو دوران زاويته $-\frac{2\pi}{3}$ و مركزه $\omega(0; 1)$	
	0,5	ب - نسبة التحاكي h هي -2 ومركزه هو النقطة $\omega(0; 1)$	
	0,75	ج - r هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته 1 وزاويته $-\frac{2\pi}{3}$ ؛ h هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته 2 وزاويته π . إذن S هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته $1 \times 2 = 2$ وزاويته $-\frac{2\pi}{3} + \pi = \frac{\pi}{3}$	
	0,25	التحقق من الكتابة المركبة	
	0,75	4. تبيان أن النقط O ، Ω و E في استقامية.	
	0,5	5. أ - المجموعة (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 2 .	
	0,5	ب - (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 4 .	
	التمرين الثالث: (04 نقاط)		
	0,25	1. أ - $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) .	
	0,5	ب - المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعين وغير متوازيين إذن هما ليسا من نفس المستوي.	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الثاني)
المجموع	مجزأة		
03	0,25	2. أ - $(\lambda \in \mathbb{R}); (\gamma \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = -1 + 2\lambda + \gamma \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda - \gamma \end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي للمستوي (\mathcal{P}) .	
	0,25	ب - إثبات أن $x - y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{P}) .	
	0,25	3. أ - تبين أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .	
	0,75	ب - $M\left(-\frac{11}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$ و $N(-3; -2; 4)$.	
	0,5+0,25	ج - $d(N, (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ حساب مساحة المثلث ABN . $S(ABN) = \sqrt{2} \text{ u.a}$	
التمرين الرابع: (08 نقاط)			
08	0,25×2	I - 1. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$.	
	0,25×3	ب - $g(x) = -(x^2 - 2x - 1)e^{-x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ ؛ جدول تغيرات الدالة g .	
	0,5	2. أ - $g(x) = 0$ تقبل حلاً في $]-\infty; 1 - \sqrt{2}]$ وحلاً في $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$ إذن تقبل حلين في \mathbb{R}	
	0,25×2	$g(-0,8) \times g(-0,7) < 0$ ؛ $\alpha \in]-0,8; -0,7[$ ؛ $g(0) = 0$	
	0,25	ب - $g(\alpha) = g(0) = 0$ و $g(x) < 0, x \in]\alpha; 0[$ ؛ $g(x) > 0, x \in]-\infty; \alpha[\cup]0; +\infty[$	
	0,25×2	II - 1. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	
	0,25	ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$	
	0,25	ج - من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - x < 0$ ومنه المنحني (\mathcal{C}_f) يقع أسفل المستقيم (Δ) .	
	0,25	2. أ - تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$	
	0,25	ب - جدول تغيرات الدالة f	
	0,25×3	3. أ - تبين أن المنحني (\mathcal{C}_f) يقبل مماسين $(f'(x) = 1)$ لهما حلان $x = 1$ أو $x = -1$ ؛ $y = x - \frac{4}{e}$ ؛ $y = x$	
	0,25×3	ب - تمثيل المماسين والمنحني (\mathcal{C}_f) .	
	0,5	ج - المناقشة بياناً ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $(x+1)^2 + me^x = 0$	
	0,25	4. $H'(x) = (x+1)^2 e^{-x}$	
	0,25	ب - $S = 4(2e - 5) \text{ cm}^2$	
	0,75	III - 1. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 \leq u_n \leq \alpha$.	
	0,25	2. المتتالية (u_n) متناقصة لأن: $u_{n+1} - u_n = -(u_n + 1)^2 e^{-u_n} < 0$	
	0,25×2	3. استنتاج أن المتتالية (u_n) متقاربة ؛ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$	